TD O1 : Modèle de l'optique géométrique

I. Tester ses connaissances et sa compréhension du cours

1) Rappeler le domaine de longueurs d'onde du visible. Situer le spectre du visible au sein du spectre électromagnétique.

2) Comment définit-on l'indice optique d'un milieu ? Combien vaut l'indice de l'air ? de l'eau ?

3) Une radiation de longueur d'onde 600 nm est de couleur rouge. Quelle est la longueur d'onde de cette radiation dans l'eau ? Quelle est la couleur associée ?

4) Rappeler les lois de Snell-Descartes.

5) Qu'appelle-t-on phénomène de réflexion totale ? Donner un exemple d'application.

II. Questions de réflexion – Physique pratique

1) Lame à faces parallèles

Pourquoi la lumière n'est-elle pas déviée par une lame de verre à faces parallèles ?

La propriété est-elle toujours vérifiée lorsqu'il s'agit de la paroi d'une cuve remplie d'eau ?

2) Percement d'une conduite

Deux voisins occupant les maisons A et B se mettent d'accord pour effectuer un unique captage sur une conduite d'eau rectiligne. Où doivent-ils placer le point de branchement pour que la longueur totale de conduites soit minimale ?

Quelle analogie peut-on effectuer avec l'optique ?

Si les maisons étaient placées de part et d'autre de la conduite, cette analogie serait-elle toujours valable ?

3) Fontaine lumineuse

La lumière se propage en ligne droite dans un milieu transparent homogène tel que l'eau.

Comment se fait-il alors que dans les fontaines lumineuses la lumière suive les jets d'eau ?

4) Mirage atmosphérique

Expliquer à l'aide d'un schéma le phénomène de mirage atmosphérique.

III. Exercices d'entraînement

1) Étude du phénomène de dispersion

Un rayon lumineux, se propageant dans l'air, arrive avec une incidence $i = 40°$ sur un dioptre air-verre plan.

Si on considère que ce rayon est constitué de lumière blanche, calculer l'écart angulaire entre les rayons réfractés extrêmes.

L'indice du verre est donné par la formule de Cauchy : $n = A + \frac{B}{\lambda_0^2}$ et on donne les valeurs $A = 1{,}504$ $B = 4{,}18810^{-15}$ SI et l'indice de l'air sera pris égal à 1,000.

2) Conditions d'émergence

1. Quelle est la condition pour qu'un rayon passant de l'eau à l'air soit réfracté ?

2. On place une source de lumière (supposée ponctuelle) au fond d'une piscine remplie d'eau, de profondeur $d = 2{,}50$ m.

Donner les dimensions de la zone de la surface libre qui sera éclairée.

3) Alerte à Malo les Bains !!

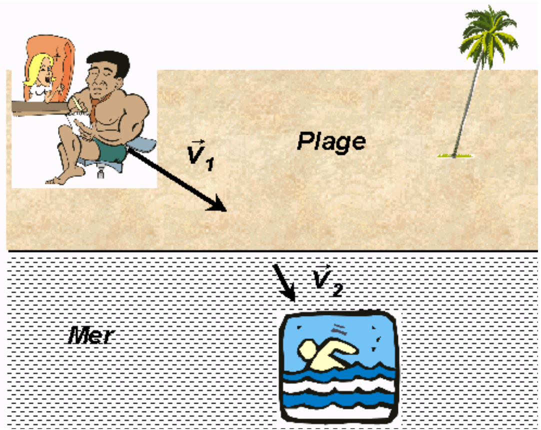
Pierre de Fermat (mathématicien et physicien français, 1601-1665) postula que les rayons lumineux répondaient à un principe très général selon lequel le chemin emprunté par la lumière pour se rendre d'un point donné à un autre était celui pour lequel le temps de parcours était minimum (en fait un extremum qui peut être un minimum ou un maximum).

Un maître nageur est situé en A sur la magnifique plage de Malo alors qu'un vacancier situé en B est…en détresse !!

Le maître nageur peut courir avec la vitesse v_1 et nager avec la vitesse v_2.

On suppose qu'il se déplace en ligne droite sur la plage comme dans l'eau.

Il atteint l'eau au point d'incidence I (repéré par l'abscisse x).



1. Quelle est la durée $\tau(x)$ que le maître nageur met pour atteindre la personne en détresse ?

2. A quelle condition sur x cette durée est-elle extrémale (minimale dans ce cas) ?

3. Montrer que cette condition sur x est équivalente à une relation entre les angles i_1 et i_2.

4. En déduire une analogie avec la loi de la réfraction de Snell-Descartes.

4) Un peu plus près des étoiles…

On suppose que l'atmosphère terrestre est assimilable à un milieu transparent stratifié plan (la correction due à la rotondité de la Terre est faible dans le cas qui nous concerne), l'indice variant continûment d'une valeur $n_0 = 1$ dans le vide à une valeur $n = 1{,}0003$ à la surface du sol.

1. Expliquer pourquoi les étoiles semblent plus hautes sur l'horizon qu'elles ne le sont réellement.

2. Déterminer une relation entre la déviation D subie par un rayon traversant l'atmosphère, n, n_0 et i_0, angle d'incidence du rayon sur l'atmosphère. Les deux indices étant très proches, la déviation est faible.

En ne conservant que l'ordre un en i_0, exprimer D en fonction de n, n_0 et i_0.

Faire l'application numérique pour $i_0 = 60°$.

3. En admettant que les courtes longueurs d'onde sont plus déviées que les grandes longueurs d'onde, et en s'appuyant sur les conclusions précédentes, quelle doit être la couleur du dernier rayon lumineux direct qui nous parvient lors d'un coucher de soleil ?

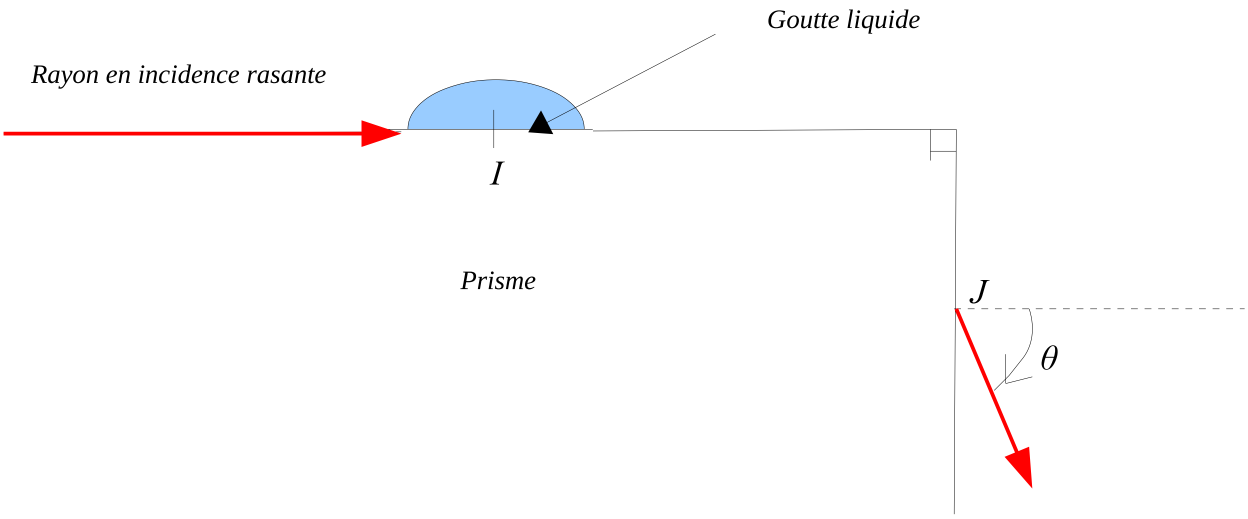
5) Réfractomètre de Pulfrich

On cherche à mesurer l'indice de réfraction d'un liquide à l'aide du réfractomètre de Pulfrich.

On dépose une goutte de ce liquide sur la face supérieure d'un prisme d'angle au sommet 90°.

On éclaire cette goutte en lumière monochromatique en prenant soin qu'elle soit éclairée en incidence rasante.

A l'aide d'un oculaire, on observe derrière l'autre face du prisme.



1. L'indice de réfraction du verre est N = 1,625. Dessiner la marche du rayon lumineux rasant se réfractant en I.

2. On est capable de mesurer l'angle θ du rayon émergeant correspondant au rayon d'incidence rasante (voir figure). Montrer que l'angle θ satisfait la relation $\sin\theta=\sqrt{N^2-n^2}$. Calculer l'angle θ.

3. Quelle est la valeur minimale de l'indice de réfraction d'un liquide que l'on peut mesurer avec ce réfractomètre ?

6) A propos d'un piranha

Un piranha nage dans une rivière tropicale et se déplace vers un biologiste qui marche dans l'eau.

L'eau possède un indice de réfraction n par rapport à l'air et on suppose qu'elle est parfaitement transparente.

Le biologiste s'immobilise lorsqu'il aperçoit le piranha. Il est alors debout et entouré de nénuphars au delà d'un rayon R.

Les yeux du biologiste sont à une hauteur h par rapport à la surface de la rivière et le piranha se situe à une profondeur p.

Dans la suite de l'exercice, le biologiste observera le piranha en gardant toujours les yeux hors de l'eau.

1. Schématiser la situation.

2. À partir de quelle distance d le biologiste aperçoit-il le piranha ?

Exprimer d en fonction de R, p, h et n. *Pour la résolution, on pourra poser a = d – R.*

3. Calculer d. On donne : n = 1,33 h = 0,75 m R = 3 m p = 0,7 m

4. Le poisson remonte doucement à la verticale. Tout en restant à la distance d, comment le biologiste doit-il faire pour pouvoir continuer à surveiller le piranha ?

5. À partir de quelle profondeur p_1, le poisson ne pourra-t-il plus être vu par le biologiste ?

Exprimer p_1 en fonction de a et n.

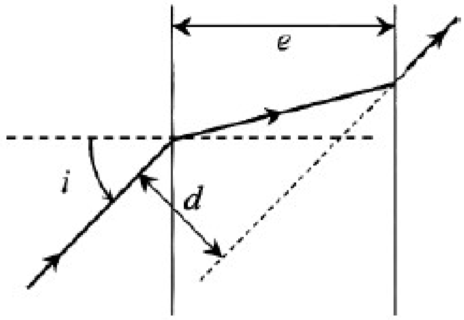
7) Étude d'une lame à faces parallèles (*)

On considère une lame à faces parallèles en verre d'indice n plongée dans l'air. Elle peut être considérée comme l'association de deux dioptres plans parallèles.

1. Montrer que le rayon lumineux traversant la lame à faces parallèles n'est pas « dévié » mais décalé d'une distance d telle que :

$$d=e\frac{\sin(i-r)}{\cos r}=e\sin i\left(1-\sqrt{\frac{1-\sin^2 i}{n^2-\sin^2 i}}\right)$$ où r est l'angle de réfraction à la 1ère réfraction

2. Que devient cette expression dans le cas d'une incidence faible ?



8) Étude de deux prismes accolés (*)

Deux morceaux de verre taillés sous forme de triangles rectangles et isocèles d'indices respectifs N et n ont leur face AB commune. Un rayon incident frappe AD sous une incidence normale, se réfracte en I_1, se réfléchit en I_2 puis ressort en I_3 sous l'incidence i.

Les valeurs de N et n sont telles que la réflexion soit totale en I_2.

1. Écrire la relation de Snell-Descartes aux points I_1 et I_3.

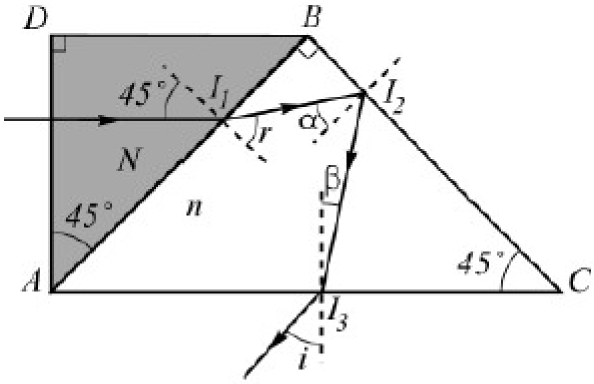
2. Quelles relations vérifient les angles r et α, α et β ?

3. Quelle relation vérifient les indices N et n pour que la réfraction soit limite en I_2 ?

Calculer N, r, α, β et i pour $n = 1,5$ quand cette condition limite est réalisée.

On appelle N_0 cette valeur limite de l'indice N. Pour que la réflexion soit totale en I_2, l'indice N doit-il être plus grand ou plus petit que N_0 ?

4. Déterminer la relation vérifiée par les indices N et n pour que l'angle i soit nul. Que vaut N ?



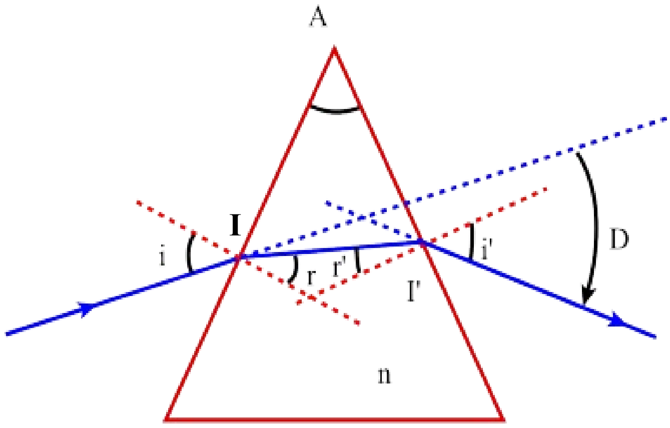
9) Étude du prisme (*)

Soit un rayon parvenant au point I sur la face d'entrée d'un prisme, d'angle A et d'indice n.

Il émerge par la face de sortie en un point I' avec un angle i'.

On note D l'angle mesurant la déviation entre le rayon incident et le rayon émergent.

Le milieu extérieur est l'air d'indice 1.



1. Montrer que l'existence du rayon émergent dépend d'une condition sur r'. En déduire une condition sur i.

2. Montrer que l'existence d'un rayon émergent impose aussi une condition sur A.

3. Pour un prisme d'indice n = 1,5, vérifier que l'angle A = 60° convient. Déterminer alors numériquement l'encadrement de i.

4. Établir une relation entre A, r et r' puis exprimer D en fonction de i, i' et A.

5. On montre expérimentalement que D passe par un minimum unique D_m.

a) Justifier que ce minimum correspond à $i = i'$.

b) Exprimer D_m en fonction de i et A puis en déduire l'indice n en fonction de D_m et A.

III. Résolution de problème

Par temps dégagé, vous vous tenez debout sur la plage…de Malo (!!) et vous regardez l'horizon.

Déterminer la distance à laquelle se trouve l'horizon.

On détaillera le raisonnement ainsi que le modèle utilisé.

On pourra s'aider d'une construction géométrique faisant apparaître la grandeur recherchée ainsi que les données du problème.